

На правах рукописи



Серёгин Сергей Валерьевич

**ВЛИЯНИЕ МАЛОЙ ПРИСОЕДИНЕННОЙ МАССЫ НА СОБСТВЕННЫЕ
ЧАСТОТЫ И ФОРМЫ КОЛЕБАНИЙ ТОНКИХ КРУГОВЫХ
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК**

01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Комсомольск-на-Амуре
2015

Работа выполнена в Федеральном Государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Комсомольский–на–Амуре государственный технический университет» (ФГБОУ ВПО «КНАГТУ»).

Научный руководитель:

доктор физико–математических наук, доцент
Лейзерович Григорий Самуилович

доктор технических наук, профессор
Тарануха Николай Алексеевич

Официальные оппоненты:

Антуфьев Борис Андреевич, доктор технических наук, профессор кафедры «Сопротивление материалов, динамика и прочность машин» ФГБОУ ВПО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» (г. Москва).

Погорелова Александра Владимировна, кандидат физико-математических наук, ФГБУН «Институт машиноведения и металлургии» ДВО РАН, ученый секретарь института (г. Комсомольск-на-Амуре).

Ведущая организация:

ДГАОУ ВПО «Дальневосточный федеральный университет» (г. Владивосток)

Защита состоится «21» мая 2015 года в 13.00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.092.02 в Комсомольском-на-Амуре государственном техническом университете по адресу: 681013, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27, «КНАГТУ», ауд. 201/3, e-mail: diss@knastu.ru

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке «КНАГТУ». Диссертация и автореферат размещены на официальном сайте ФГБОУ ВПО «КНАГТУ» <http://www.knastu.ru>. Текст автореферата и объявление о защите размещены на официальном сайте Министерства образования и науки Российской Федерации по адресу: <http://vak.ed.gov.ru>.

Отзывы на автореферат (в двух экземплярах, заверенных печатью организации), просим направлять по адресу: 681013, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27, «КНАГТУ», ауд. 201/3, диссертационный совет Д 212.092.02. Копии отзывов можно направлять по e-mail: diss@knastu.ru.

Автореферат разослан «25» марта 2015 г.

Ученый секретарь диссертационного
совета Д 212.092.02, д.т.н., проф.



О. Е. Сысоев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Тонкостенные элементы конструкций в форме замкнутых круговых цилиндрических оболочек являются объектом многочисленных исследований. Интерес к проблемам деформирования, прочности, колебаний, статической и динамической устойчивости обусловлен их использованием в качестве основных несущих элементов конструкций, применяемых в авиационной, ракетной, космической технике, в подводных аппаратах, конструкциях тоннелей и резервуаров, а также в корпусах современных энергетических установок.

Такие оболочечные конструкции характеризуются включениями типа малых присоединенных масс, обусловленных конструктивной, эксплуатационной или иной необходимостью. Роль присоединенной массы в расчетной схеме системы «оболочка–масса» выполняют двигатели, системная аппаратура, транспортируемый груз, топливные баки, а также различное подвесное оборудование и архитектурные включения.

В условиях эксплуатации оболочки подвергаются интенсивным динамическим воздействиям, вследствие которых могут возникнуть нестационарные процессы и специфические явления, нежелательные с точки зрения динамической прочности и надежности конструкций.

Во многих случаях решение проблемы динамической прочности связано с изучением взаимодействия различных форм упругих колебаний оболочки. Взаимосвязанными могут быть крутильные и продольные, изгибные и радиальные, изгибные и продольные колебания и т. д. Вследствие того, что низшие частоты свободных изгибных колебаний оболочки, как правило, намного меньше низших частот продольных, крутильных и радиальных колебаний, на практике, чаще всего, наблюдается взаимодействие изгибных форм колебаний (сопряженных и несопряженных).

Известно, что присоединенная масса приводит к возбуждению и взаимодействию сопряженных изгибных форм оболочки и является тем фактором динамической асимметрии, который приводит к удвоению изгибного частотного спектра. Это означает, что при внешнем периодическом воздействии на оболочку, несущую присоединенную массу, значительно увеличивается вероятность возникновения резонансных режимов колебаний.

Экспериментальные исследования малых изгибных колебаний оболочек, несущих присоединенную массу, свидетельствуют о ряде особенностей их движения, не соответствующих результатам известных теоретических исследований.

- Так, согласно традиционному решению, считается, что меньшая из расщепленных безразмерных собственных частот низшего тона колебаний оболочки, несущей присоединенную массу, зависит только от величины присоединенной массы. Однако, сопоставительный анализ известных опытных данных показал, что эффект снижения частоты зависит не только от величины присоединенной массы, но и от геометрических и волновых параметров оболочки, что находится в соответствии со здравым смыслом.

- Экспериментальные данные свидетельствуют о более сильном снижении основной частоты системы «оболочка–масса», чем это предсказывает традиционная теория. Существенной оказывается и расщепление изгибного частотного спектра.

Данные обстоятельства требуют установить причины, приводящие к упомянутым противоречиям в задачах механики тонких оболочек; необходимо уточнить подход к построению математической модели; получить новое решение задачи изгибных

колебаний оболочки, несущей малую присоединенную массу; провести численный анализ, а также специальный эксперимент, позволяющий установить эффект влияния присоединенной массы на динамические характеристики тонкой оболочки как от величины присоединенной массы, так и от геометрических параметров оболочки.

Целью диссертации является аналитическое, численное и экспериментальное исследование рассматриваемой задачи механики оболочек, а именно, исследование недостаточно изученного эффекта влияния малой присоединенной массы на свободные колебания тонких круговых цилиндрических оболочек; развитие положений этого раздела механики деформируемого твердого тела; уточнение уже известных решений и получение новых научных результатов на основе предложенной автором математической модели, а также разработка практических рекомендаций по их использованию.

Задачи исследования. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- уточнить математическую модель, в частности, разработать новый подход к построению динамической конечномерной модели (формы решения) задач колебаний оболочек, несущих малую присоединенную массу;

- на примере более простой (предельной) задачи исследовать влияние малой присоединенной массы на динамические характеристики бесконечно длинной оболочки (кольца, находящегося в условиях плоской деформации), а именно: а) уточнить математическую модель исследования; б) аналитически и численно определить неточности, имеющие место в традиционном решении; в) аналитически и численно исследовать влияние малой присоединенной массы на динамические характеристики реального (имеющего неизбежные начальные отклонения от идеальной круговой формы) кольца; г) получить новые решения задач динамики изолированного идеального и реального колец, несущих малую присоединенную массу;

- аналитически и численно исследовать влияние малой сосредоточенной, равномерно распределенной вдоль образующей, а также равномерно распределенной по окружности малой присоединенной массы на динамические характеристики оболочки конечной длины;

- исследовать влияние площади контакта присоединенной массы на собственные частоты колебаний тонких оболочек;

- провести специальный модельный эксперимент, позволяющий установить эффект влияния присоединенной массы на собственные частоты колебаний оболочек;

- разработать программы на ЭВМ, позволяющие реализовать предложенную математическую модель, в том числе определять собственные динамические характеристики оболочек с малой присоединенной массой. По результатам диссертационной работы дать практические рекомендации по их использованию.

Научная новизна. В задачах механики оболочек, несущих малую присоединенную массу, важным является разработка математической модели, одной из важнейших сторон которой является построение динамической конечномерной модели (формы решения), позволяющей свести задачу колебаний континуальной оболочки к системе модальных уравнений, описывающих движение ее дискретной модели.

В работе предложен новый подход к построению динамической конечномерной модели, согласно которому считается, что возбуждение малых изгибных колебаний оболочки по одной из собственных форм приводит не только к возникновению сопряженной изгибной формы, но и к возникновению радиальных колебаний. Механизмом, «запускающим» инерционное взаимодействие изгибных колебаний с ради-

альными, является динамическая асимметрия оболочки в виде малой присоединенной массы. Согласно нового подхода:

– уточнена математическая модель исследования, в частности, предложено новое аппроксимирующее выражение для динамического прогиба (конечномерная модель оболочки, несущей присоединенную массу), получены новые динамические (модальные) уравнения и новые решения задач влияния малой присоединенной массы на свободные колебания тонких оболочек;

– установлены новые особенности взаимодействия низкочастотных изгибных колебаний оболочки, несущей присоединенную массу, с высокочастотными радиальными колебаниями;

– теоретически, численно и экспериментально установлена зависимость основной частоты системы «оболочка–масса» как от величины присоединенной массы, так и от геометрических и волновых параметров оболочки;

– на примере кольца традиционный теоретический вывод о возможности устранения расщепления изгибного частотного спектра путем соответствующего подбора величины и места крепления присоединенной массы к реальной (имеющей начальные отклонения от идеальной круговой формы) оболочке, поставлен под сомнение;

– обнаружена новая зона возможного расщепления изгибного частотного спектра бесконечно длинной реальной оболочки, а также определены условия при которых частотный спектр оболочки еще более сгущается по сравнению с результатами известных теоретических исследований.

На защиту выносятся:

– новый подход к решению задач механики оболочек в области построения динамической конечномерной модели оболочки, несущей малую присоединенную массу;

– уточненная математическая модель, включающая в себя, в частности, новую динамическую конечномерную модель и новые динамические (модальные) уравнения;

– новые теоретические и численные результаты решения многочисленных задач влияния малой присоединенной массы на собственные динамические характеристики оболочки, а также качественные и количественные уточнения, внесенные в уже известные решения;

– экспериментальные результаты влияния присоединенной массы на динамическое поведение тонких оболочек.

Теоретическая и практическая значимость работы. Полученные в диссертации новые теоретические, численные и экспериментальные данные свидетельствуют о более сильном снижении меньшей из расщепленных собственных частот, а также более значительном расщеплении изгибного частотного спектра оболочки, несущей малую присоединенную массу. Обнаружена дополнительная зона расщепления изгибного частотного спектра, обусловленная наличием неизбежных начальных отклонений от идеальной круговой формы бесконечно длинной оболочки, которая не отражается в теоретических исследованиях, а также изучены условия его возникновения. Установлено, что при некоторых геометрических параметрах оболочки конечной длины, несущей присоединенную массу, частоты и амплитуды радиальных колебаний могут быть соизмеримыми с изгибными. Следовательно, при действии периодических нагрузок, неизбежно возникающих в условиях эксплуатации оболочечных конструкций, нерезонансные зоны, определенные согласно традиционному подходу,

могут оказаться резонансными. Даны практические рекомендации по выбору места крепления присоединенной массы для возможности управления (уменьшения или увеличения) расщеплением изгибного частотного спектра реальной оболочки, нежелательной с точки зрения динамической прочности и надежности конструкций.

Дана оценка погрешности пренебрежением в расчетных схемах влиянием площади контакта присоединенной массы при изучении динамического поведения тонких оболочек.

Результаты исследований, а также разработанные и зарегистрированные в Роспатенте программы на ЭВМ, представляют интерес и могут быть использованы в организациях, занимающихся проектированием, оптимизацией и расчетом оболочечных конструкций на прочность, применяемых в космической технике, ракетостроении, авиастроении, судостроении и в других отраслях промышленности.

Результаты исследования внедрены в ОАО «Амурский судостроительный завод» и используются в учебном процессе Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета при чтении лекций: аналитическая динамика и теория колебаний, расчет тонкостенных стержней для студентов самолетостроительного факультета, а также теоретическая механика, строительная механика для студентов строительного факультета.

Личный вклад. Все теоретические положения, численные расчеты и экспериментальные исследования в диссертации получены соискателем самостоятельно.

Обоснованность и достоверность. Результаты выполненных исследований основываются на строго доказанных, корректно используемых и проверенных практикой уравнений и методов механики деформируемого твердого тела.

Проверка адекватности, предложенной динамической конечномерной модели оболочки, несущей малую присоединенную массу, осуществляется контролем предельных переходов, соответствием здравому смыслу и др.

Теоретические результаты работы сопоставляются с численными расчетами, полученными методом конечных элементов с помощью лицензионного программного комплекса MSC Nastran.

Достоверность теоретических выводов качественно подтверждается результатами специально проведенного автором эксперимента, в котором используются сертифицированные и апробированные устройства.

Известные опытные данные и результаты специально проведенного эксперимента сопоставляются с результатами численного анализа из MSC Nastran.

Апробация работы. Материалы диссертационной работы докладывались, обсуждались и получили одобрение на 7 международных и всероссийских конференциях: BEM & FEM: XXV Международная конференция «Математическое моделирование в механике деформируемых сред и конструкций. Методы граничных и конечных элементов» (г. Санкт-Петербург, 23-26 сентября 2013); XII Международная научно-практическая конференция «Теория и практика современной науки» (г. Москва 29–30 декабря 2013 г.); X Всероссийская конференция молодых ученых посвященная 100-летию со дня рождения академика В.В. Струминского «Проблемы механики: теория, эксперимент и новые технологии» (г. Новосибирск, 23-25 апреля, 2014 г.); VIII Российская научно-техническая конференция «Механика, ресурс и диагностика материалов и конструкций» (г. Екатеринбург, 26-30 мая 2014 г.); Международная конференция, приуроченной 75-летию академика В.А. Левина «Успехи механики сплошных сред» (г. Владивосток, 28 сентября - 4 октября, 2014 г.); VII Всероссийской конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и механики», посвященной

памяти академика А.Ф. Сидорова (Абрау-Дюрсо, 15-20 сентября 2014 г.); Международной конференции «Деформирование и разрушение композиционных материалов и конструкций» (DFCMS) ФГБУН Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН (г. Москва, 10-13 ноября 2014 г.).

Работа докладывалась обсуждалась и получила одобрение в институте машиноведения и металлургии ДВО РАН (г. Комсомольск-на-Амуре).

Публикации. Основные результаты исследований опубликованы в **23** научных работах, в том числе в **7** статьях в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК для публикации основных результатов диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук, **3** свидетельствах о государственной регистрации программ на ЭВМ.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, семи глав, основных выводов, списка литературы. Изложена на 120 страницах, включая 45 рисунков и 8 таблиц и 3 приложения. Список литературы состоит из 75 наименований. К диссертации на 2 страницах прилагаются два акта внедрения.

Работа выполнена в Комсомольском-на-Амуре государственном техническом университете.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность проблемы, выделены основные противоречия между традиционным теоретическим решением, численными расчетами и опытными данными, сформулирована цель работы, изложены основные положения, выносимые на защиту, дана оценка научной и практической значимости работы.

В первой главе основное внимание сосредоточено на исследованиях, в которых, по мнению автора, отражено наиболее полное представление о рассматриваемой проблеме. Изложены подходы, методы, а также результаты решения задач динамики тонких круговых цилиндрических оболочек, несущих малую присоединенную массу. Уделено внимание работам, в которых рассматривались приближенные и численные методы оценки низшей частоты спектра свободных колебаний. Существенные результаты получены: И. Я. Амиро, Б. А. Антуфьевым, Л. В., Андреевым, А. Л. Дышко, Ю. П. Жигалко, В. А. Заруцким, П.С. Ковальчуком, В. Д. Кубенко, Г. С. Лейзеровичем, А. И. Лиходедом, А. А. Малининым, В. Г. Паламарчуком, Н. А. Таранухой, А. М. Хомченко, А. С. Христенко, M. Amabili, N. J. Mallon, F. Pellicano и др.

Анализ научной литературы показал, что, несмотря на достаточно обширный перечень работ по динамике оболочек, несущих присоединенную массу, практическую значимость полученных результатов и высокую степень разработанности отдельных задач, некоторые вопросы на сегодняшний день остаются не до конца изученными. Намечены основные проблемы, без решения которых невозможно достоверно прогнозировать резонансные ситуации, которые имеют место при воздействии на оболочку периодических динамических нагрузок, неизбежно возникающих в условиях эксплуатации.

Вторая глава посвящена математической модели исследования. Приводятся основные уравнения и зависимости теории пологих оболочек для тонкостенных круговых цилиндрических оболочек. Учет присоединенной массы осуществляется с помощью функции Дирака.

Эти уравнения являются одними из основных при определении динамических характеристик оболочек. Основы теории пологих оболочек и их принципы построения

ния были заложены в работах Л. Г. Доннелла, Х. М. Муштари и В. З. Власова. Справедливость и пределы применимости теории обсуждаются в работах А. С. Вольмира, Л. Г. Доннелла, А. Л. Гольденвейзера, В. Д. Кубенко, В. В. Новожилова и др. Считается, что теория пологих оболочек, опирающаяся на гипотезу Кирхгофа – Лява, дает хорошие результаты, близкие к экспериментальным данным, при определении интегральных характеристик, в частности, низших собственных частот изгибных колебаний тонких изотропных оболочек.

Далее в главе формулируются граничные условия для случая шарнирного закрепления торцов оболочки. Особое внимание уделено выбору динамической конечномерной модели оболочки. Традиционный подход к ее построению предполагает, что при малых колебаниях оболочки, несущей присоединенную массу, вблизи основного резонанса, упругий динамический прогиб может быть аппроксимирован выражением:

$$w(x, y, t) = [f_1(t) \sin \beta y + f_2(t) \cos \beta y] \sin \alpha x, \quad (1)$$

которое предполагает взаимодействие сопряженных изгибных форм $\sin \beta y \sin \alpha x$ и $\cos \beta y \sin \alpha x$ ($\beta = n/R$; $\alpha = \pi/l$, n – число окружных волн, R – радиус; l – длина оболочки), сдвинутых относительно друг друга на угол $\pi/2$. При этом считается, что присоединенная масса настолько мала, что практически, не изменяет форм упругих колебаний оболочки.

В (1) $f_1(t)$ и $f_2(t)$ – обобщенные координаты, то есть, в традиционном подходе, континуальная оболочка, сводится к системе с двумя степенями свободы.

В настоящей работе предлагается иной подход к построению динамической конечномерной модели. Считается, что присоединенная масса уже в линейной постановке приводит не только к связанности сопряженных изгибных форм, но и к взаимодействию низкочастотных изгибных колебаний оболочки с высокочастотными радиальными колебаниями. Согласно новому подходу прогиб оболочки, несущей малую присоединенную массу, аппроксимируется выражением:

$$w(x, y, t) = [f_1(t) \sin \beta y + f_2(t) \cos \beta y + f_3(t)] \sin \alpha x, \quad (2)$$

где дополнительная координата $f_3(t)$ отвечает радиальным колебаниям.

Таким образом считается, что динамическая асимметрия оболочки, обусловленная наличием присоединенной массы является механизмом, который «запускает» инерционное взаимодействие изгибных колебаний с радиальными.

В **третьей главе** на примере более простой (предельной) задаче колебаний бесконечно длинной оболочки (кольца при плоской деформации) изучается влияние присоединенной массы на собственные частоты и формы. Установлены причины, приводящие в традиционном решении для оболочки конечной длины к результатам, не согласующимся с известными опытными данными.

В этой же главе ставится под сомнение вывод о том, что у реальной (имеющей начальные отклонения от идеальной круговой формы) оболочки, несущей присоединенную массу, эффект расщепления изгибного частотного спектра может отсутствовать.

Рассмотренные задачи имеют и самостоятельное значение в различных областях техники, поскольку полученные в главе результаты могут быть использованы для определения динамических характеристик изолированного кругового кольца (часто встречающегося в машиностроении в качестве шпангоута или других элементов конструкций), несущего малую присоединенную массу.

Результаты настоящей главы обобщаются в последующих главах для оболочки

конечной длины, кроме того, как известно, результаты предельной задачи, полученные независимо от анализа общего случая, являются полезным средством контроля правильности общих решений.

Уравнения движения кольца получены из известных уравнений теории пологих оболочек при устремлении длины оболочки к бесконечности. Их точность ограничена теми же пределами, что и точность исходных уравнений, при выводе которых, в частности, не учитываются тангенциальные силы инерции и считается, что $n^2 \gg 1$.

Однако, целью настоящей главы является получение не столько количественной, сколько качественной оценки влияния присоединенной массы на динамическое поведение кольца.

Уточненная динамическая конечномерная модель (2) для кольца, несущего малую присоединенную массу, принимает вид:

$$w(y, t) = f_1(t) \sin \beta y + f_2(t) \cos \beta y + f_3(t). \quad (3)$$

Ортогонализация уравнения движения кольца с присоединенной массой к форме прогиба (3) приводит к следующей системе связанных динамических уравнений:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_1 + a_1 + \frac{2M}{M_\kappa} [\ddot{a}_1 \sin \beta y_0 + \ddot{a}_2 \cos \beta y_0 + \ddot{a}_3] \sin \beta y_0 &= 0; \\ \ddot{a}_2 + a_2 + \frac{2M}{M_\kappa} [\ddot{a}_1 \sin \beta y_0 + \ddot{a}_2 \cos \beta y_0 + \ddot{a}_3] \cos \beta y_0 &= 0; \\ \ddot{a}_3 + \frac{12}{\varepsilon} a_3 + \frac{M}{M_\kappa} [\ddot{a}_1 \sin \beta y_0 + \ddot{a}_2 \cos \beta y_0 + \ddot{a}_3] &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

где $a_i = f_i / h$ ($i = 1, 2, 3$) – безразмерные обобщенные координаты; M – величина погонной присоединенной массы; $M_\kappa = 2\pi R \rho h$ – масса кольца; $\varepsilon = n^4 (h/R)^2$ – параметр волнообразования, характеризующий относительную толщину кольца; точками обозначено дифференцирование по безразмерному времени $\tau = \omega t$ ($\omega_n^2 = Dn^4 / \rho h R^4$ – квадрат собственной частоты изгибных колебаний; t – время; $D = Eh^3 / [12(1 - \mu^2)]$ – цилиндрическая жесткость; ρ – массовая плотность; h – погонная толщина кольца; E – модуль Юнга; μ – коэффициент Пуассона).

Частотное уравнение, соответствующее новым модальным уравнениям (4) определяет три собственные частоты Ω_{ni} ($i = 1, 2, 3$), независимые от места крепления массы y_0 , где $\Omega_{ni} = \omega_{ni} / \omega_n$ (ω_{ni} – частота колебаний кольца, несущего присоединенную массу). Расчеты показывают, что первым двум частотам $\Omega_{n1} < 1$, $\Omega_{n2} = 1$ соответствуют преимущественно изгибные, а третьей Ω_{n3} – преимущественно радиальные колебания.

Отметим, что $\Omega_{n2} = 1$ равна частоте колебаний кольца без массы.

График зависимости меньшей из расщепленных собственных частот Ω_{n1} (пунктирные линии) от присоединенной массы M / M_κ , а также от параметра ε демонстрирует рис. 1.

Анализ этого графика свидетельствует о том, что расщепление изгибного частотного спектра ($\Omega_{n2} - \Omega_{n1}$) увеличивается с ростом присоединенной массы. Расстройка частот, с ростом параметра ε и фиксированной величине присоединенной массы, уменьшается.

Определены коэффициенты формы (отношения амплитуд a_1 / a_2 и a_3 / a_1) нового решения, отвечающие меньшей из расщепленных собственных частот Ω_{n1} , в зави-

симости от M/M_k и ε . Установлено, что радиальные колебания малозаметны, однако именно их учет и позволяет установить влияние параметра волнообразования ε на частоту Ω_{n1} .

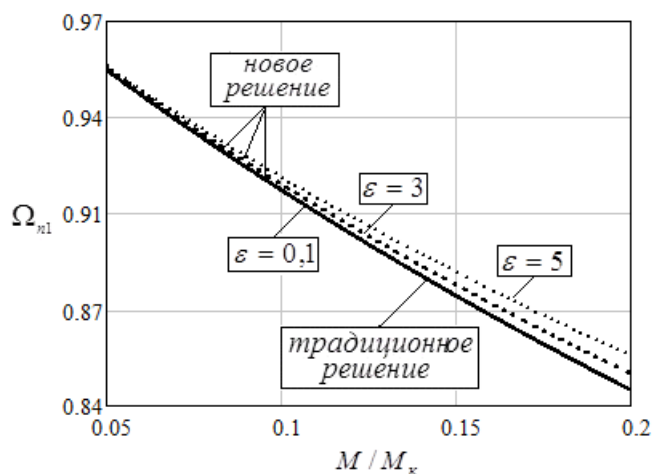


Рис. 1. Влияние параметра волнообразования ε и присоединенной массы M/M_k на меньшую из расщепленных собственных частот Ω_{n1}

При движении кольца с частотой Ω_{n1} имеет место взаимодействие косинусоидальной формы колебаний с радиальной, при этом, масса подвижна.

Если же кольцо совершает колебания с большей из расщепленных частот Ω_{n2} , его форма – синусоидальная (как и у кольца без массы) и масса, при этом, неподвижна. То есть, форма колебаний имеет узел в точке крепления массы.

В традиционном решении вместо динамических уравнений (4), получим систему из двух уравнений, связывающих между собой только сопряженные изгибные формы. И частотное уравнение определяет две безразмерные собственные частоты Ω_{ni} ($i = 1, 2$), также не зависящие от места крепления дополнительной массы. Меньшая из расщепленных собственных частот оказывается равной $\Omega_{n1} = 1/\sqrt{1 + 2M/M_k}$, а большая $\Omega_{n2} = 1$, как и в новом решении.

Частота Ω_{n1} традиционного решения показана на рис. 1 сплошной линией. Видно, что она зависит только от величины присоединенной массы и не зависит от волнового параметра кольца (от ε).

Из рис. 1 также видно, что при малом параметре ε (например $\varepsilon = 0,1$) новое решение, практически, совпадает с традиционным.

Численные расчеты, выполненные методом конечных элементов (МКЭ) в MSC «Nastran» качественно согласуются с новым решением.

Практический интерес представляет влияние массы на динамические характеристики реальной оболочки, имеющей неизбежные начальные отклонения от идеальной круговой формы. Известно, что начальные неправильности, как и присоединенная масса, приводят к расщеплению изгибного частотного спектра. Поэтому, далее, на примере кольца, изучается эффект их совместного влияния.

Считается, что кольцо имеет начальные отклонения, изменяющиеся по закону: $w_0(y) = ha_0 \sin(\beta_0 y + \varphi_0)$, где a_0 – безразмерная амплитуда несовершенств; φ_0 – начальный угол; $\beta_0 = n_0/R$ (n_0 – число волн несовершенств в окружном направлении).

нии). Или $w_0(y) = h(a_{10} \sin \beta_0 y + a_{20} \cos \beta_0 y)$, где $a_{10} = a_0 \cos \varphi_0$; $a_{20} = a_0 \sin \varphi_0$.

Известно, что влияние $w_0(y)$ на расщепление изгибного частотного спектра кольца имеет место только при $n_0 = n$. Именно этот случай рассматривается в настоящей главе.

Динамические уравнения имеют вид:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_1 + a_1 + 2\gamma \sin \beta y_0 - \frac{12}{\varepsilon^{0,5}} a_3 a_{10} + 6a_{10} (a_1 a_{10} + a_2 a_{20}) &= 0; \\ \ddot{a}_2 + a_2 + 2\gamma \cos \beta y_0 - \frac{12}{\varepsilon^{0,5}} a_3 a_{20} + 6a_{20} (a_2 a_{20} + a_1 a_{10}) &= 0; \\ \ddot{a}_3 + \frac{12}{\varepsilon} a_3 + \gamma - \frac{6}{\varepsilon^{0,5}} (a_1 a_{10} + a_2 a_{20}) &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\gamma = M[\ddot{a}_1 \sin \beta y_0 + \ddot{a}_2 \cos \beta y_0 + \ddot{a}_3]/M_\kappa$.

Из частотного уравнения, соответствующего (5), найдены три безразмерные частоты Ω_{ni} . Расчеты показывают, что в новом решении расстройка изгибного частотного спектра реального кольца $\Delta = \Omega_{n1} - \Omega_{n2}$, в отличие от традиционного решения, зависит не только от амплитуды начальных отклонений, от места крепления массы $\psi = \beta y_0$ и ее величины, но и от параметра ε , характеризующего волнообразование кольца и его относительную толщину.

Результаты нового решения представлены на рис. 2. Расчеты выполнены при $a_0 = 1$. Рис. 2 а) демонстрирует зависимость расстройки от величины присоединенной массы и параметра ε , а рис. 2 б) зависимость Ω_{n1} и Ω_{n2} от ψ при $\varepsilon = 0,1$ и $M/M_0 = 0,024$.

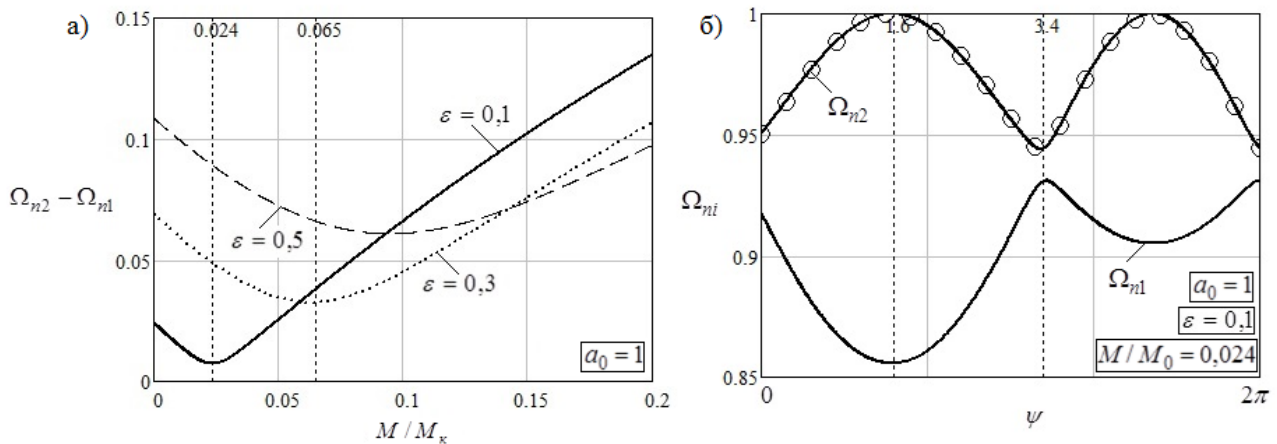


Рис. 2. Расстройка изгибного частотного спектра реального кольца, несущего присоединенную массу в зависимости от: а) величины присоединенной массы M/M_κ и параметра ε ; б) угла крепления массы ψ

Видно, что с ростом величины присоединенной массы, при любых значениях ε , расстройка спектра сначала уменьшается, а затем увеличивается. В случае крепления присоединенной массы в местах наибольших отклонений от круговой формы расстройка возрастает, причем в местах выпуклостей ($\psi \approx \pi/2$) сильнее, чем в местах впадин ($\psi \approx 3\pi/2$). Наименьшая расстройка наблюдается в случае крепления массы в узлах начальных несовершенств. Устранить расстройку изгибного частотного спектра не удается.

Анализ форм колебаний показывает, что для несовершенного кольца без при-

соединенной массы меньшей из расщепленных собственных частот Ω_{n1} соответствуют синусоидальные изгибные и радиальные колебания, а большей $\Omega_{n2} = 1$ – только косинусоидальные изгибные. Для кольца, несущего присоединенную массу, наоборот, при колебаниях с частотой Ω_{n1} косинусоидальная форма взаимодействует с радиальной, а при $\Omega = \Omega_{n2}$ возникает только синусоидальная изгибная форма. Для кольца с $w_0(y)$ и присоединенной массой все три формы свободных колебаний взаимодействуют, как при $\Omega = \Omega_{n1}$, так и при $\Omega = \Omega_{n2}$. Именно этим можно объяснить тот факт, что частота Ω_{n1} с ростом величины присоединенной массы сначала уменьшается, а затем увеличивается.

Согласно традиционной математической модели, собственные частоты равны $\Omega_{n2} = 1$, $\Omega_{n1} = \sqrt{(1 + 6a_0^2)/(1 + 2M/M_\kappa)}$. Отсюда, можно прийти к выводу, что присоединенная масса, равная $M = 3a_0^2 M_\kappa$, устраняет расщепление изгибного частотного спектра несовершенного кольца. Аналогичный вывод может быть получен из решения, представленного в работе В. Д. Кубенко, П. С. Ковальчука и Т. С. Краснопольской при устремлении длины оболочки к бесконечности.

В завершение главы приводятся результаты численного исследования влияния присоединенной массы на динамические характеристики кольца с $w_0(y)$, выполненные МКЭ в среде пакета MSC «Nastran».

Расчеты показывают, что устранить расщепление спектра путем соответствующего подбора величины и места крепления присоединенной массы к реальному кольцу не удастся.

Стоит отметить, что в численном расчете наблюдается аналогичная, как и в новом решении (рис. 2 б), асимметрия в расстройке частотного спектра, обусловленная местом крепления присоединенной массы к несовершенному кольцу. При этом расстройка при креплении массы в местах выпуклостей несовершенств сильнее, чем в местах впадин. В традиционном решении в местах выпуклостей и в местах впадин расстройка одинакова.

Рассмотрев случай, когда кольцо имеет только $w_0(y)$, обнаружено, что при четном числе окружных волн начальных несовершенств заметное расщепление изгибного частотного спектра имеет место, как при $n = n_0$, так и при $n = n_0/2$. Отметим, что удвоение спектра при $n = n_0/2$ не было обнаружено ранее ни в теоретических работах, ни в экспериментальных исследованиях. Случай $n = n_0$ подтверждается новым и традиционным теоретическими решениями. В других случаях волнообразования кольца расщепление спектра, практически, отсутствует.

В завершение главы сформулированы основные выводы.

Устранить нежелательный эффект расщепления изгибного частотного спектра путем крепления малой массы к кольцу и при $n = n_0$ и при $n = n_0/2$ не удастся, однако им, как это следует из численного анализа и нового теоретического решения (рис. 2), можно управлять (уменьшая или увеличивая ее) путем соответствующего подбора величины и места крепления присоединенной массы к реальному кольцу.

При конструктивной необходимости крепления присоединенной массы к несовершенному кольцу, в целях уменьшения расстройки изгибного частотного спектра, при колебаниях с числом волн $n = n_0$, ее следует размещать в местах узлов начальных несовершенств.

Для практических целей создана и зарегистрирована программа для ЭВМ, поз-

воляющая определять и анализировать динамические характеристики реального кольца, несущего присоединенную массу.

В четвертой главе результаты, полученные для кольца обобщаются на случай колебаний тонкой круговой цилиндрической оболочки конечной длины. Изучается движение вблизи основного резонанса.

Ортогонализация уравнения движения оболочки, несущей присоединенную массу к форме динамического прогиба (2) приводит к следующей системе связанных модальных уравнений:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_1 + a_1 + \frac{4M}{M_0} [\ddot{a}_1 \sin^2 \beta y_0 + \ddot{a}_2 \cos \beta y_0 \sin \beta y_0 + \ddot{a}_3 \sin \beta y_0] \sin^2 \alpha x_0 &= 0; \\ \ddot{a}_2 + a_2 + \frac{4M}{M_0} [\ddot{a}_1 \sin \beta y_0 \cos \beta y_0 + \ddot{a}_2 \cos^2 \beta y_0 + \ddot{a}_3 \cos \beta y_0] \sin^2 \alpha x_0 &= 0; \\ \ddot{a}_3 + (p/\omega_n)^2 a_3 + \frac{2M}{M_0} [\ddot{a}_1 \sin \beta y_0 + \ddot{a}_2 \cos \beta y_0 + \ddot{f}_3] \sin^2 \alpha x_0 &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

где $\omega_n^2 = \varepsilon(1 + \theta^2)^2 / [12(1 - \mu^2)] + \theta^4 / (1 + \theta^2)^2$ и $p^2 = 1 + [\varepsilon\theta^4] / [12(1 - \mu^2)]$ – квадраты безразмерной частоты изгибных и радиальных колебаний оболочки без присоединенной массы соответственно; $M_0 = 2\pi R l \rho h$ – масса оболочки; $\varepsilon = n^4 (h/R)^2$ и $\theta = \pi R / (nL)$ – параметры волнообразования, зависящие от относительной толщины и длины оболочки. Точками обозначено дифференцирование по безразмерному времени $\tau = \lambda_n t$, где $\lambda_n^2 = (E\omega_n^2) / (\rho R^2)$ – квадрат собственной частоты.

Из системы модальных уравнений (5) видно, что присоединенная масса приводит не только к связанности сопряженных изгибных форм, но и к взаимодействию изгибных колебаний оболочки с радиальными. При этом радиальные колебания выступают в качестве дополнительной инерционной связи между сопряженными изгибными формами.

Из частотного уравнения, соответствующего (5) найдены три безразмерные собственные частоты оболочки, несущей малую присоединенную массу $\Omega_{ni} = \omega_{ni} / \omega_n$, ($i = 1, 2, 3$), зависящие от места крепления массы по длине и независящие от места ее крепления по окружной координате y_0 . Первым двум Ω_{n1} , $\Omega_{n2} = 1$ соответствуют, как показывают расчеты, преимущественно изгибные, а третьей Ω_{n3} – преимущественно радиальные колебания.

Меньшая из расщепленных собственных частот Ω_{n1} в новом решении зависит не только от величины присоединенной массы, но и от параметров ε и θ (рис. 3). Пунктирные линии отвечают новому решению при различных параметрах ε и θ ; сплошные линии отвечают традиционному решению. Линиям без кружков соответствуют $M = 0,05M_0$, а линиям с кружками – $M = 0,1M_0$. Расчеты выполнены для случая крепления массы при $x_0 = l/2$.

Видно, что традиционное решение совпадает с новым только для относительно длинных ($\theta < 0,5$) и толстых оболочек. Для относительно коротких оболочек рассогласование нового и традиционного решений становится значительным. Так, например, при $R/h = 0,014$ и $l/R = 0,3$ уточнение составит 5,3 %, для $l/R = 0,2$ – 8,9 %. Большая из расщепленных собственных частот Ω_{n2} и в новом, и в традиционном решениях равна единице.

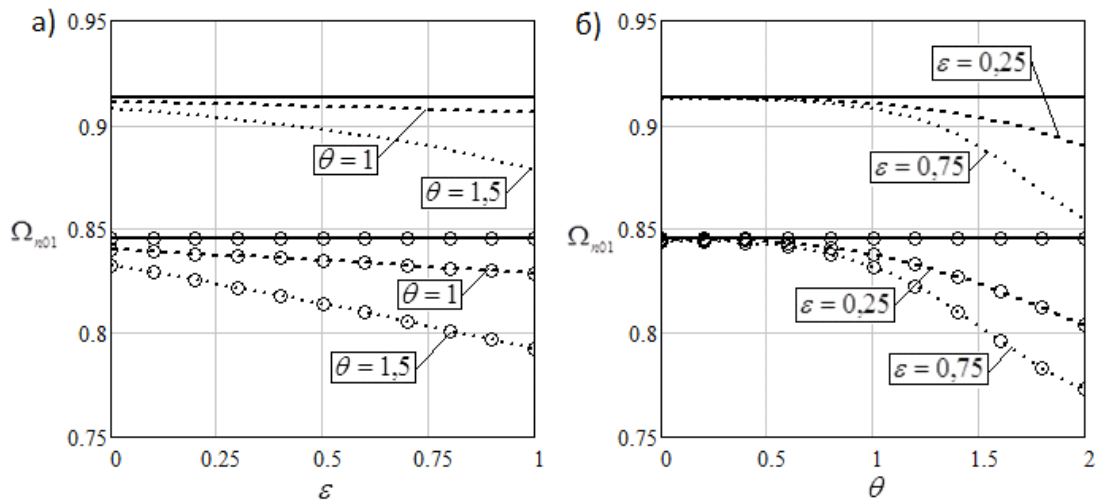


Рис. 3. Влияние параметров волнообразования ε , θ и присоединенной массы M/M_0 на меньшую из расщепленных частот преимущественно изгибных колебаний Ω_{n1}

В традиционном решении при использовании конечномерной модели (1), вместо динамических уравнений (5), получим систему из двух модальных уравнений, связывающих между собой только сопряженные изгибные формы. И частотное уравнение определяет две безразмерные собственные частоты изгибных колебаний Ω_{ni} ($i = 1, 2$), также зависящие от места крепления массы по длине и независящих от места ее крепления по окружной координате. Большая, как и в новом решении, не изменяет своего значения и равна частоте колебаний оболочки без массы $\Omega_{n2} = 1$. Меньшая из расщепленных собственных частот снижается с ростом величины присоединенной массы $\Omega_{n1} = 1/\sqrt{1 + (4M/M_0)\sin^2 \alpha x_0}$. Этот же результат получен В. Д. Кубенко, П. С. Ковальчуком, Т. С. Краснопольской, Ю. П. Жигалко, В. О. Кононенко, В. Г. Паламарчуком, А. М. Носаченко и многими другими авторами, используя уточненные теории и другие методы решения.

Частота преимущественно радиальных колебаний Ω_{n3} практически не зависит от величины присоединенной массы, но зависит от параметров волнообразования. Установлено, что при определенных параметрах ε и θ основная частота Ω_{n3} может оказаться соизмеримой с низшими частотами изгибных колебаний.

Анализ форм колебаний показал, что движение оболочки с частотой $\Omega_{n2} = 1$ происходит только по форме $\sin \beta y \sin \alpha x$, и в этом случае масса неподвижна (формы колебаний имеют узел в точке крепления массы). При колебаниях с частотой Ω_{n1} и Ω_{n2} наблюдается взаимодействие изгибной косинусоидальной $\cos \beta y \sin \alpha x$ и радиальной $\sin \alpha x$ форм и масса подвижна.

Далее представлены результаты численного исследования динамических характеристик оболочки, несущей присоединенную массу, полученные МКЭ в MSC «Nastran».

При моделировании оболочек были использованы двумерные конечные элементы прямоугольной формы – Plate, учитывающие все внутренние силовые факторы, возникающие в оболочке и ее геометрию.

Численный анализ подтвердил, что в случае колебаний оболочки без присоединенной массы двум сопряженным изгибным формам, синусоидальной и косинусоидальной, сдвинутым относительно друг друга на угол $\pi/2n$, соответствует одна и та

же частота. Присоединенная масса приводит к удвоению изгибного частотного спектра, причем, снижаются обе расщепленные частоты, по сравнению со случаем колебаний оболочки без присоединенной массы. Меньшая из расщепленных собственных частот с увеличением M/M_0 и уменьшением l/R значительно снижается, что согласуется с новым теоретическим решением, большая снижается незначительно. Частоты высших осцилляций практически не меняют своих значений. Традиционное решение, не зависящее от геометрических параметров оболочки, приводит к приемлемым результатам только для относительно длинных и толстых оболочек.

Форма колебаний, отвечающая большей из расщепленных частот, практически, такая же, синусоидальная, как и у оболочки без массы, и масса при этом неподвижна. Форма, соответствующая меньшей частоте, похожа на косинусоидальную и локализуется в местах крепления массы (наблюдается преобладание перемещений в местах окрестности крепления массы над перемещениями других точек оболочки).

На практике, встречаются случаи, когда присоединенная масса распределена по некоторой площади оболочки. Поэтому, в главе, используя принцип динамического влияния включений, изучено влияние площади сплошного контакта присоединенной массы на динамические характеристики круговой цилиндрической оболочки. Установлено, что увеличение площади контакта увеличивает основную частоту системы «оболочка–масса», при этом частота всегда меньше, по сравнению со случаем оболочки без массы. Определены границы, при которых распределенную на некоторой поверхности присоединенную массу можно считать сосредоточенной. Так при $\zeta_{np} = 0,5\%$ (где $\zeta_{np} = S_{comp} / S_{об} \times 100\%$; S_{comp} – площадь сплошного контакта присоединенной массы; $S_{об}$ – площадь оболочки) частота увеличивается на 15 %. Отмечается сложный энергообмен между формами высших тонов.

В **пятой главе** представлены результаты специально проведенного автором эксперимента, а также результаты известных опытных данных, которые сопоставляются с численным расчетом.

Исследования проводились на трех моделях тонкостенных цилиндрических оболочек. Образец № 1 и № 3 изготовлены из алюминия, образец № 2 из стали. Образец № 1 имеет следующие геометрические характеристики: $R = 0,07 м$; $l/R = 4$; $R/h = 70$. Образец № 2 – $R = 0,07 м$; $l/R = 3$; $R/h = 140$. Образец № 3 – $R = 0,135 м$; $l/R = 2$; $R/h = 245$. Марка сплава образцов определена по их химическому составу с использованием энергодисперсионного рентгенофлуоресцентного анализатора с поляризацией типа «Rigaku NEX CG». В результате анализа определено, что наиболее близкому по химическому составу образцу № 1 соответствует алюминиевый деформируемый сплав АМГ1 ($E = 0,7 \times 10^{11} Па$; $\rho = 2700 кг/м^3$; $\mu = 0,34$); образцу № 2 – сталь конструкционная низколегированная для сварных конструкций 12ГН2МФАЮ ($E = 2 \times 10^{11} Па$; $\rho = 7800 кг/м^3$; $\mu = 0,3$); образцу № 3 – алюминий технический АД0 ($E = 0,7 \times 10^{11} Па$; $\rho = 2700 кг/м^3$; $\mu = 0,34$).

Модели оболочек устанавливались в специальном зажимном приспособлении, на одном из торцов которых реализованы граничные условия, близкие к жесткому защемлению, а другой торец свободен от закреплений. На свободном торце крепился вибропреобразователь ВС 110, регистрирующий частоту колебаний и одновременно выполняющий роль присоединенной массы. Сигнал с вибропреобразователя передается через автоматический цифровой преобразователь (АЦП) в лицензионную программу «Z-LAB», установленной на ЭВМ. Собственные частоты системы «оболочка–

масса» определялись в вертикальном и горизонтальном положениях образцов путем нагружения и моментального снятия некоторой малой статической нагрузки, а также путем возбуждения колебаний ударом образца испытательным молотком АУ03. В результате эксперимента получен спектр частот свободных колебаний системы «оболочка–масса».

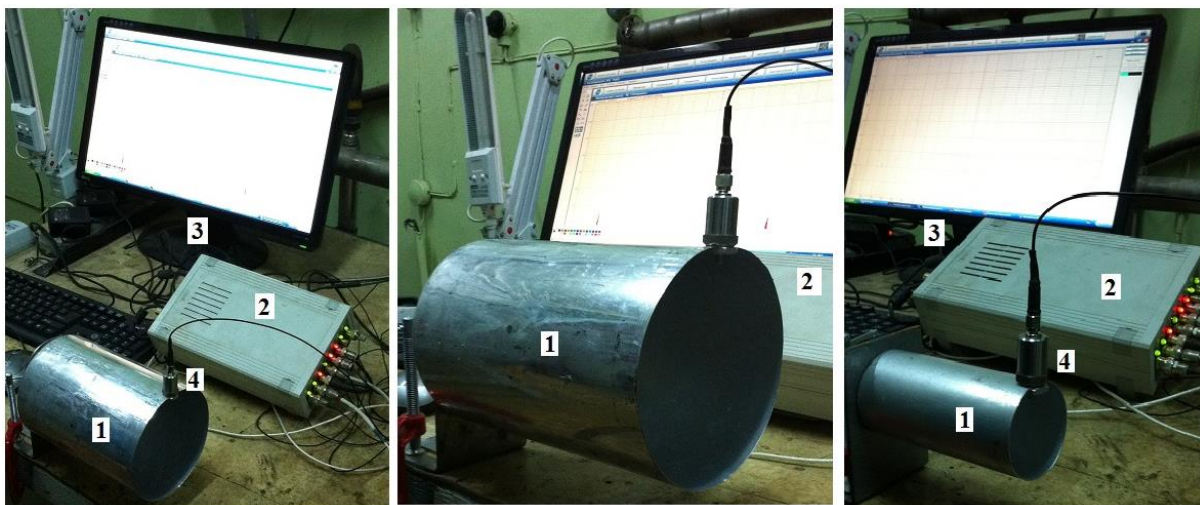


Рис. 4 – экспериментальная установка: 1 – образец; 2 – АЦП; 3 – ЭВМ; 4 – вибропреобразователь ВС 110.

В результате 20 замеров для каждого из образцов были определены средние значения наименьшей частоты спектра. Разброс полученных данных не превышает 3 %. Результаты экспериментальных данных и численных расчетов сведены в табл. 2. Расчеты выполнены при $M/M_0 = 0,1$ ($M = 34,7 \text{ г}$ – величина присоединенной массы, $M_0 = 2\pi Rl\rho h$ – масса оболочки).

Таблица 2 – Результаты эксперимента и численного расчета.

№ образца	Экспериментальные данные		Численный расчет		Расхождение численного результата с экспериментальным, %
	Частота основного тона системы «оболочка-масса», λ_{n1} , Гц	Безразмерная частота Ω_{n1}	Частота основного тона системы «оболочка-масса», λ_{n1} , Гц	Безразмерная частота, Ω_{n1}	
Образец № 1 l/R=4; R/h=70	278	0,60	265	0,57	4,9
Образец № 2 l/R=3; R/h=140	228	0,50	235	0,52	3
Образец № 3 l/R=2; R/h=245	105	0,40	115	0,43	8,7

Из полученных экспериментальных и численных данных (см. табл. 2) видно, что эффект снижения основной частоты системы зависит от геометрических параметров оболочки.

Расхождения экспериментальных и численных значений вызваны неизбежными начальными отклонениями от идеальной круговой формы образцов, имитацией граничных условий, технологией изготовления и определения марки сплава и др.

В этой же главе представлен анализ экспериментальных данных изложенных в известных монографиях В. Д. Кубенко, П. С. Ковальчука, Т. С. Краснопольской и Л.

В. Андреева А. И. Станкевича, А. Л. Дышко в которых испытывались либо только длинные, либо только короткие оболочки. Сопоставление данных этих работ, выполненное автором, показывает, что эффект снижения основной частоты системы «оболочка–масса» зависит как от величины присоединенной массы, так и от геометрических параметров оболочки.

В **шестой главе** представлены решения задачи свободных изгибных колебаний круговой цилиндрической оболочки, несущей равномерно распределенную вдоль образующей присоединенную массу. Изучаются колебания вблизи зоны основного резонанса.

Ортогонализация уравнения движения оболочки к форме динамического прогиба (2) приводит к системе связанных модальных уравнений, аналогичной системе (4), которая определяет три безразмерные собственные частоты $\Omega_{ni} = \omega_{ni} / \omega_n$ не зависящие от места крепления массы по круговой координате. Первым двум Ω_{n1} , Ω_{n2} соответствуют преимущественно изгибные, а третьей Ω_{n3} – преимущественно радиальные колебания. Меньшая из расщепленных частот Ω_{n1} , в отличие от традиционного решения, зависит не только от величины присоединенной массы, но и от параметров волнообразования ε и θ , а вторая частота и в новом, и в традиционном решении $\Omega_{n2} = 1$. На рис. 5 представлена динамика снижения Ω_{n1} при $M = 0,05M_0$, $M = 0,1M_0$ (M – величина присоединенной массы; M_0 – масса оболочки) в зависимости от ε и θ . Сплошная линия отвечает известному традиционному теоретическому решению. Пунктирные – новому.

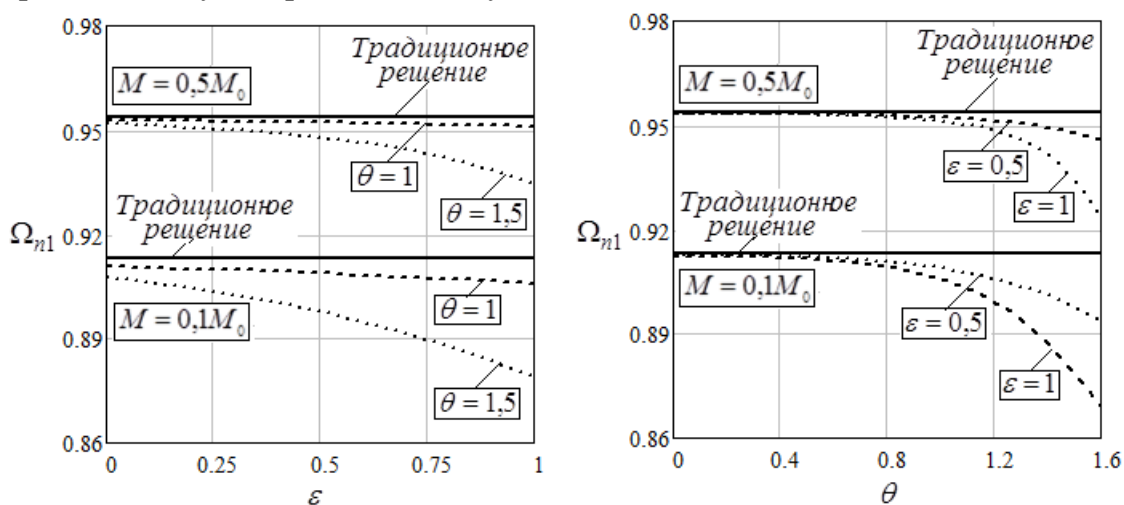


Рис. 5. Влияние параметров волнообразования ε и θ на меньшую из расщепленных собственных частот Ω_{n1}

Как и в случае колебаний оболочки, несущей сосредоточенную массу, колебания оболочки, несущей линейно распределенную вдоль образующей присоединенную массу, сопровождаются радиальными колебаниями и при некоторых параметрах ε и θ радиальные колебания могут быть соизмеримы с изгибными.

Расчеты показывают, что если масса распределена вдоль образующей снижение частоты Ω_{n1} меньше по сравнению со случаем, когда масса сосредоточена.

Продемонстрирован предельный переход от оболочки конечной длины к кольцу в условиях плоской деформации.

Представлены результаты численного исследования влияния равномерно присоединенной массы вдоль образующей. Показано, что присоединенная масса приво-

дит к снижению обеих расщепленных частот по сравнению со случаем колебаний оболочки без массы, причем снижение меньшей частоты, в зависимости от L/R , может быть существенно, а большая снижается незначительно. Частоты высших осцилляций меняются незначительно. Формы колебаний локализуются в местах крепления массы (наблюдается преобладание перемещений в местах крепления массы над перемещениями в других точках).

Изучено влияние площади сплошного контакта равномерно распределённой массы вдоль образующей. Например, если площадь контакта составляет $\zeta_{np} = 2,5\%$ основная частота системы «оболочка–масса» возрастает на 7 %, по сравнению со случаем линейного распределения массы вдоль длины оболочки.

В **седьмой главе** представлены решения задачи свободных изгибных колебаний круговой цилиндрической оболочки, несущей равномерно распределенную по окружности присоединенную массу.

Ортогонализация уравнения движения оболочки, несущей присоединенную массу, к форме динамического прогиба (2) приводит к системе не связанных модальных уравнений. То есть, в этом случае нет взаимодействия сопряженных изгибных форм и отсутствует взаимодействие изгибных форм колебаний с радиальными.

Частотный спектр не расщепляется $\omega_{n1} = \omega_{n2} = \omega_n / \sqrt{1 + 2M/M_0 \sin^2 \alpha x}$, как и в традиционном решении. Однако, в новом решении присутствует еще одна частота – частота радиальных колебаний $p_m = p / \sqrt{1 + 2M/M_0 \sin^2 \alpha x}$, которая при некоторых значениях параметров ε и θ может быть соизмерима с частотами изгибных колебаний. Новое теоретическое решение хорошо согласуется с численным расчетом.

В завершение раздела изучено влияние площади сплошного контакта равномерно распределённой массы по окружной координате. В рассматриваемом диапазоне площади контакта $\zeta_{np} \leq 15\%$ частота, практически, не изменяет своего значения. То есть, в теоретическом расчете можно считать, что масса распределена вдоль линии.

В **заключительной части** сформулированы основные выводы.

1. Предложен новый подход к построению динамической конечномерной модели оболочки, несущей малую присоединенную массу. Этот подход предполагает, что динамическая асимметрия уже в линейной постановке приводит не только к связанности сопряженных изгибных форм, как это принято считать в настоящее время, но и к взаимодействию низкочастотных изгибных колебаний оболочки с высокочастотными радиальными колебаниями.

2. На основании этого подхода уточнена математическая модель исследования. В частности, предложено новое аппроксимирующее выражение для динамического прогиба (конечномерная модель оболочки с присоединенной массой) и получены новые динамические (модальные) уравнения.

3. Анализ новых динамических уравнений подтверждает предположение о том, что динамическая асимметрия оболочки, вызванная наличием присоединенной массы, приводит к взаимодействию сопряженных изгибных форм и является механизмом, который «запускает» инерционное взаимодействие изгибных колебаний с радиальными.

4. На примере более простой (предельной) задачи колебаний бесконечно длинной оболочки (кольца при плоской деформации) теоретически и численно установлены причины, приводящие в традиционном решении к результатам, не согласующимися с известными опытными данными. Показано, что меньшая из расщепленных соб-

ственных частот зависит не только от величины присоединенной массы, как это принято считать в настоящее время, но и от геометрических и волновых параметров изолированного кольца.

5. Показано, что эффект расщепления изгибного частотного спектра реального изолированного кольца, имеющего неизбежные начальные отклонения от идеальной круговой формы и несущего при некотором угле присоединенную массу, в отличие от традиционного решения, не может быть полностью устранен.

6. Численно установлено, что расщепление частотного спектра имеет место как при колебаниях кольца с числом волн $n = n_0$ (где n_0 число волн начальных несовершенств, n – число формообразующих волн при колебаниях), так и при $n = n_0/2$ (последний факт не подтверждается теоретическими исследованиями). Устранить расстройку как при $n = n_0$, так и при $n = n_0/2$ не удастся, однако ею можно управлять (уменьшая или увеличивая) путем соответствующего подбора величины и места крепления присоединенной массы к реальному кольцу. Данный вывод подтверждается и новым теоретическим решением.

7. На основе уточненной динамической конечномерной модели получено новое решение задачи о влиянии малой сосредоточенной массы на свободные колебания оболочки конечной длины. Сделан вывод о том, что основная частота системы «оболочка–масса» зависит не только от величины присоединенной массы, как это следует из традиционного решения, но и от геометрических и волновых параметров оболочки. Результаты специально проведенного автором эксперимента и численных расчетов, а также анализ известных опытных данных проведенный автором подтверждают этот факт.

8. Получено новое решение задачи о влиянии равномерно распределенной вдоль образующей массы на динамические характеристики тонкой оболочки. Показано, что такое распределение массы также приводит к расщеплению изгибного частотного спектра, при этом меньшая из расщепленных собственных частот зависит как от величины присоединенной массы, так и от геометрических и волновых параметров оболочки.

9. Изучено влияние присоединенной массы равномерно распределенной по окружности оболочки на собственные частоты. Такое присоединение массы не приводит взаимодействию изгибных и радиальных колебаний и не удваивает частотный спектр, однако собственные частоты снижаются с ростом величины присоединенной массы.

10. При свободных колебаниях оболочки, несущей присоединенную массу частоты и амплитуды преимущественно радиальных колебаний, при определенных геометрических параметрах оболочки, могут быть соизмеримы с частотами и амплитудами преимущественно изгибных колебаний. Следовательно, при действии периодических нагрузок, неизбежно возникающих в условиях эксплуатации оболочек, нерезонансные зоны, определенные согласно традиционному подходу могут оказаться резонансными.

11. Даны практические рекомендации по выбору места крепления присоединенной массы для возможности управления расстройкой изгибного частотного спектра реальной оболочки, нежелательной с точки зрения динамической прочности и надёжности конструкции.

12. Изучена площадь сплошного контакта присоединенной массы с поверхностью оболочки. Показано, что допущение о сосредоточенном присоединении массы, даже при относительно малой площади ее распределения, ведет к значительному уве-

личению основной частоты системы «оболочка–масса». Если присоединенная масса распределена вдоль образующей или по окружности оболочки предположение об отсутствии площади контакта мало сказывается на собственных частотах колебаний.

13. Результаты исследований, а также разработанные и зарегистрированные в Роспатенте программы на ЭВМ, представляют интерес и могут быть использованы в организациях, занимающихся проектированием, оптимизацией и расчетом оболочечных конструкций на прочность, применяемых в космической технике, ракетостроении, авиастроении, судостроении и в других отраслях промышленности.

Результаты исследования внедрены в ОАО «Амурский судостроительный завод» и используются в учебном процессе Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета при чтении лекций: аналитическая динамика и теория колебаний, расчет тонкостенных стержней для студентов самолетостроительного факультета, а также теоретическая механика, строительная механика для студентов строительного факультета.

СПИСОК ОСНОВНЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Основные положения и научные результаты диссертации опубликованы в следующих журналах, рекомендованных ВАК для публикации научных результатов кандидатских и докторских диссертаций:

1. Серёгин, С. В. О влиянии малой присоединенной массы на колебания разнотолщинного кругового кольца / Г. С. Лейзерович, Н. Б. Приходько, С. В. Серёгин // Строительство и реконструкция. – 2013. – № 4. – С. 38-41.

2. Серёгин, С. В. О влиянии малой присоединенной массы на расщепление частотного спектра кругового кольца с начальными неправильностями / Г. С. Лейзерович, Н. Б. Приходько, С. В. Серёгин // Строительная механика и расчет сооружений. – 2013. – № 6. С. 49- 51.

3. Серёгин, С. В. Исследование динамических характеристик оболочек с отверстиями и присоединенной массой / С. В. Серёгин // Вестник МГСУ. – 2014. – № 4. – С. 52-58.

4. Серёгин, С. В. Влияние присоединенного тела на частоты и формы свободных колебаний цилиндрических оболочек / С. В. Серёгин // Строительная механика и расчет сооружений. – 2014. – № 3. С. 35-39.

5. Серёгин, С. В. Влияние площади контакта и величины линейно распределенной и сосредоточенной массы с круговой цилиндрической оболочкой на частоты и формы свободных колебаний / С. В. Серёгин // Вестник МГСУ. – 2014. – № 7. – С. 64-74.

6. Серёгин, С. В. Численное и аналитическое исследование свободных колебаний круговых цилиндрических оболочек, несущих присоединенную массу, линейно распределенную вдоль образующей / С. В. Серёгин // Вычислительная механика сплошных сред. – 2014. – Т. 7, № 4. – С. 378-384

7. Серёгин, С.В. Свободные колебания бесконечно длинной круговой цилиндрической оболочки с начальными неправильностями и малой присоединенной массой / С. В. Серёгин, Г. С. Лейзерович // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. – 2014. – Т. 1. – № 4 (20). – С. 36-43.

– в 3 свидетельствах о регистрации программ:

8. Серёгин, С. В., Сысоев О. Е. Собственные колебания кольца с присоединенной массой // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2014611938, зарег. 13.02.2014 г.

9. Серёгин, С. В. Свободные колебания круговой цилиндрической оболочки, несущей сосредоточенную массу // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2014617201, зарег. 15.07.2014 г.

10. Серёгин, С. В. Свободные колебания круговой цилиндрической оболочки, несущей линейно распределенную массу вдоль образующей // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2014617017, зарег. 09.07.2014 г.

а также в других изданиях:

11. Серёгин, С. В. О влиянии малой присоединенной массы на колебания разнотолщинного кругового кольца / Г. С. Лейзерович, Н. Б. Приходько, С. В. Серёгин // ВЕМ & FEM: XXV Международная конференция – «Математическое моделирование в механике деформируемых сред и конструкций. Методы граничных и конечных элементов». 23 сентября - 26 сентября 2013 г. Санкт-Петербург Труды. Том 1, с. 127-128.

12. Серёгин, С. В. О влиянии малой присоединенной массы на расщепление частотного спектра кругового кольца с начальными неправильностями / Г. С. Лейзерович, Н. Б. Приходько, С. В. Серёгин // ВЕМ & FEM: XXV Международная конференция – «Математическое моделирование в механике деформируемых сред и конструкций. Методы граничных и конечных элементов». 23 сентября - 26 сентября 2013 г. Санкт-Петербург Труды. Том 1, с. 129-130

13. Серёгин, С. В. О взаимодействии изгибных форм колебаний тонких круговых цилиндрических оболочек, несущих присоединенную массу / С. В. Серёгин // Теория и практика современной науки: материалы XII Международной научно-практической конференции, Том I, г. Москва 29–30 декабря 2013 г. / Науч.-инф. издат. центр «Институт стратегических исследований». – Москва : Изд-во «Спецкнига», 2013. – 496 с., с. 37-40.

14. Серёгин, С. В. Собственные колебания тонких цилиндрических оболочек, несущих присоединенную массу / С. В. Серёгин // Проблемы механики: теория, эксперимент и новые технологии: доклады X Всероссийской конференции молодых ученых посвященной 100-летию со дня рождения академика В.В. Струминского, Сибирское отделение РАН Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН Новосибирский государственный университет. – Новосибирск: Изд-во Параллель, 23-25 апреля 2014 г. – с. 198 – 201.

15. Серёгин, С. В. Собственные колебания цилиндрических оболочек с отверстием и присоединенной массой [Электронный ресурс] / С. В. Серёгин // VIII Российская научно-техническая конференция «Механика, ресурс и диагностика материалов и конструкций» URL: <http://www.imach.uran.ru/conf/mp2014/mp4.htm> (08.10.2014)

16. Серёгин, С. В. О взаимодействии форм упругих колебаний тонких круговых цилиндрических оболочек, несущих присоединенную массу / Г. С. Лейзерович, С. В. Серёгин // Успехи механики сплошных сред. Сборник докладов Международной конференции, приуроченной 75-летию академика В.А. Левина. – Иркутск: ООО «Мегапринт», 2014. – 524 с. с. 293 – 296.

17. Серёгин, С. В. Собственные колебания круговой цилиндрической оболочки, несущей малую массу, распределенную вдоль образующей / Г. С. Лейзерович, С. В. Серёгин // Тезисы докладов VII Всероссийской конференции “Актуальные проблемы прикладной математики и механики”, посвященной памяти академика А.Ф.Сидорова (Абрау-Дюрсо, 15-20 сентября 2014 г.). Екатеринбург: УрО РАН, 2014. 90 с. с. 37 – 38.

18. Серёгин, С. В. О влиянии площади контакта присоединенной массы на свободные колебания круговой цилиндрической оболочки / С. В. Серёгин, О. Е. Сысоев // Тезисы докладов первой международной конференции «Деформирование и разрушение композиционных материалов и конструкций» (Москва, 10-13 ноября 2014 г.) Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН. с. 22.

19. Серёгин, С. В. Собственные колебания оболочек, несущих присоединенную массу / С. В. Серёгин. // Наука молодых – основа будущего России: материалы докладов конкурса научно-исследовательских работ аспирантов и молодых ученых «Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета» (г. Комсомольск-на-Амуре, 2013 г.) / редкол.: А.М. Шпилев (отв. ред.) и др. – Комсомольск-на-Амуре: ФГБОУ ВПО «КнАГТУ», 2013. - 117 с. (с. 98-101). ISBN 978-5-7765-1021-2

20. Серёгин, С. В. Свободные колебания тонких круговых цилиндрических оболочек, несущих малую сосредоточенную массу / С. В. Серёгин // Наука молодых – основа будущего России: материалы докладов конкурса научно-исследовательских работ аспирантов и молодых ученых «Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета» (г. Комсомольск-на-Амуре, 2014 г.) / редкол.: Э.А. Дмитриев (отв. ред.) и др. – Комсомольск-на-Амуре: ФГБОУ ВПО «КнАГТУ», 2014. - 139 с. (с. 111-114). ISBN 978-5-7765-1105-9

21. Серёгин, С. В. Влияние инерционных свойств присоединенного тела на колебания круговых цилиндрических оболочек / С. В. Серёгин, Г. С. Лейзерович // Научно-техническое творчество аспирантов и студентов: материалы 44-й научно-технической конференции студентов и аспирантов, Комсомольск-на-Амуре, 01-12 апреля 2014 г. / редкол.: Э.А. Дмитриев (отв. ред.) [и др.]. - Комсомольск-на-Амуре: ФГБОУ ВПО «КнАГТУ», 2014. – 764 с. ISBN 978-5-7765-1101-1. С. 603-604.

22. Серёгин, С. В. Влияние сосредоточенной массы на колебания круговых цилиндрических оболочек / С. В. Серёгин, Г. С. Лейзерович // Научно-техническое творчество аспирантов и студентов: материалы 44-й научно-технической конференции студентов и аспирантов, Комсомольск-на-Амуре, 01-12 апреля 2014 г. / редкол.: Э.А. Дмитриев (отв. ред.) [и др.]. - Комсомольск-на-Амуре: ФГБОУ ВПО «КнАГТУ», 2014. – 764 с. ISBN 978-5-7765-1101-1. С. 608-611

23. Серёгин, С. В. Влияние присоединенной массы на колебания круговых колец / С. В. Серёгин, Г. С. Лейзерович // Научно-техническое творчество аспирантов и студентов: материалы 44-й научно-технической конференции студентов и аспирантов, Комсомольск-на-Амуре, 01-12 апреля 2014 г. / редкол.: Э.А. Дмитриев (отв. ред.) [и др.]. - Комсомольск-на-Амуре: ФГБОУ ВПО «КнАГТУ», 2014. – 764 с. ISBN 978-5-7765-1101-1. С. 612- 614

Серёгин Сергей Валерьевич

**ВЛИЯНИЕ МАЛОЙ ПРИСОЕДИНЕННОЙ МАССЫ НА СОБСТВЕННЫЕ
ЧАСТОТЫ И ФОРМЫ КОЛЕБАНИЙ ТОНКИХ КРУГОВЫХ
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК**

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Подписано в печать 17.03.2015.

Формат 60 x 84/16. Бумага писчая. Ризограф RIZO EZ 570E.

Усл. печ. л. 1,4. Уч.-изд. л. 1,35. Тираж 120 экз. Заказ 26890

Полиграфическая лаборатория федерального государственного
бюджетного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет»
681013, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27.